

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 4 часа.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – статистика и теория вероятностей
Раздел второй – геометрия
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни
Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела: $5 \times 20 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
פרק שני – גאומטריה
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי
של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת
לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятностей

1. Оценки за вступительный экзамен в университет распределились согласно нормальному закону [התפלגות נורמלית] со среднеквадратичным отклонением [סטיית התקן] равным 8 .

93.3% абитуриентов [נבחנים] получили оценки ниже 94 .

(א) Найдите среднюю [מוצע] оценку за экзамен.

44% абитуриентов (те, чьи оценки были самыми высокими) были приняты в университет.

(ב) Был ли абитуриент, получивший оценку 84 , принят в университет? Обоснуйте свой ответ.

Некоторых из абитуриентов отметили как отличников, а остальных не отметили как отличников.

Абитуриентов, получивших оценку выше 92 , отметили как отличников.

(ג) Найдите, сколько процентов из числа абитуриентов были приняты в университет и не были отличниками.

2171 из принятых в университет абитуриентов не являются отличниками.

(ד) Согласно таблице нормального распределения, сколько всего абитуриентов сдавали вступительный экзамен?

У абитуриентов, которые не поступили в университет, была возможность сдать повторный экзамен.

Оценки за повторный экзамен также распределились согласно нормальному закону со средней оценкой равной 80 .

Надав сдал оба экзамена и за каждый из них получил оценку 74 . Стандартизированная оценка [ציון התקן] Надава за оба экзамена была одинаковой.

(ה) Найдите среднеквадратичное отклонение во втором экзамене.

2. יואב проверил линейную связь между расстоянием, которое он пробежал (переменная x), и скоростью, с которой он бежал (переменная y), на 6 разных дистанциях \aleph - \beth . Эти данные представлены в следующей таблице.

Дистанция	Расстояние пробега (км) – переменная x	Скорость (км/час) – переменная y
\aleph	2	12
\beth	4.5	11
\aleph	6	11.5
\daleth	7	?
\hebrew{he}	8	8.5
\beth	8.5	7

- (\aleph) Вычислите среднее [уזמום] расстояние, которое Йоав пробежал на этих 6 дистанциях.
(\beth) Покажите, что среднеквадратичное отклонение [סטטיית התקן] расстояния, которое Йоав пробежал на этих 6 дистанциях, $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.

Йоав нашел, что средняя скорость, с которой он бежал на 6 дистанциях, равна скорости, с которой он бежал на дистанции \daleth .

- (\aleph) Вычислите скорость, с которой он бежал на дистанции \daleth .

Даны числа: 0.95, 0.24, -1, -0.86. Одно из них – коэффициент корреляции [מקדם המתאם] r .

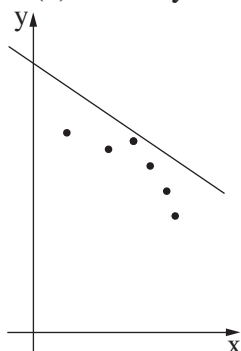
- (\daleth) Определите, какое из этих чисел является коэффициентом корреляции r , и обоснуйте свой ответ.

Йоав вычислил среднеквадратичное отклонение скорости, с которой он бежал на 6 дистанциях, и нашел, что $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.

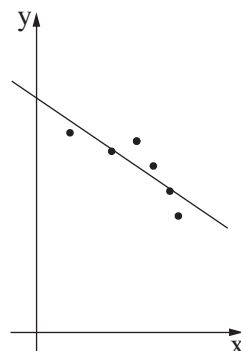
- (\hebrew{he}) (1) Найдите уравнение линии регрессии [ישר הרגרסיה] для прогнозирования y по x .
(2) Согласно линии регрессии, каков прогноз скорости, с которой будет бежать Йоав на расстояние в 4 км?

Ниже приведены три диаграммы распределения I–III. Точки на каждой из диаграмм представляют данные бега Йоава на 6 дистанциях.

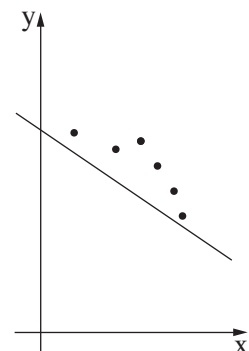
- (\beth) Определите, на какой из диаграмм I–III начерчена линия регрессии, которую вы нашли в пункте (\hebrew{he}). Обоснуйте свой ответ.



III



II



I

3. В двух ящиках κ и \beth находится два вида фруктов: яблоки и груши.

В ящике κ есть 5 яблок и 11 груш.

В ящике \beth есть 4 яблока и 6 груш.

Случайным образом вынимают один фрукт из ящика κ , а затем случайным образом вынимают один фрукт из ящика \beth .

(\aleph) Какова вероятность вынуть два фрукта разных видов?

(\beth) (1) Какова вероятность вынуть по меньшей мере одно яблоко?

(2) Известно, что вынули по меньшей мере одно яблоко. Какова вероятность, что вынули два яблока?

Каждый фрукт вернули в тот ящик, из которого его вынули.

Все фрукты из двух данных ящиков переложили в ящик \beth , который до этого был пустым.

Затем в ящик \beth добавили x яблок.

Случайным образом вынимают из ящика \beth два фрукта один за другим (без возвращения).

Известно, что вероятность вынуть две груши составляет $\frac{8}{33}$.

(\beth) Найдите значение x .

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа изображен ромб $ABCD$.

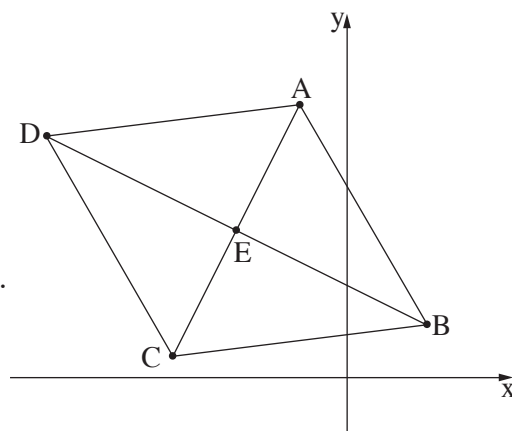
Диагонали этого ромба пересекаются в точке E .

Дано уравнение стороны AB : $y = -1.75x + 11.75$,

координата x вершины A : -3 ,

координаты вершины C : $(-11, 1)$.

- (8) (1) Найдите координаты точки E .
 (2) Найдите угловой коэффициент диагонали AC .
 (2) (1) Найдите уравнение диагонали BD .
 (2) Найдите координаты вершины B .
 (3) Найдите величину угла ABE .



Точка G – такая точка на отрезке DE , что величина угла GAB равна 97° .

- (7) Найдите длину отрезка GE .

5. Дана окружность, пересекающая положительную полуось y в точках A и D , как показано на чертеже.

BD и AC – это хорды данной окружности, которые пересекаются в точке E .

Дано, что хорда BD параллельна оси x .

- (8) (1) Объясните, почему AB – диаметр данной окружности.
 (2) Докажите, что $\angle CBD = \angle DAC$.

Дано: $BE = AE$.

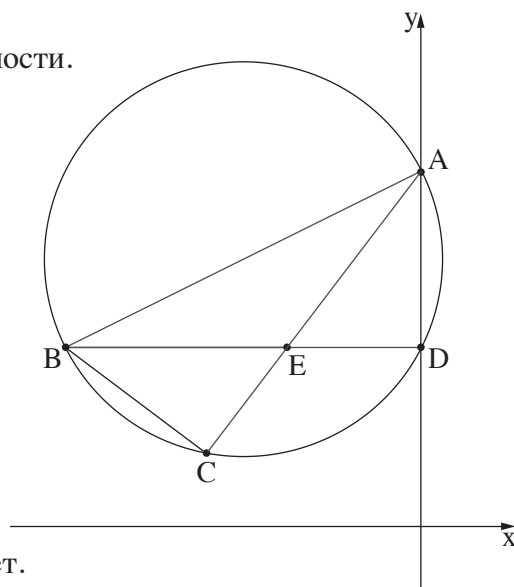
- (2) Докажите, что $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

Дано: $E(-4.5, 6)$, $AE = 7.5$.

- (3) Найдите координаты точек A и B .

Точка M – центр данной окружности.

- (7) Найдите уравнение данной окружности.
 (7) (1) Какова длина стороны BC ? Обоснуйте свой ответ.
 (2) Вычислите периметр четырехугольника $BCDM$.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

6. Дана функция $f(x) = \frac{9x}{(x+3)^2}$.

- (к) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот графика функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (4) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (а) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Прямая $y = k$ и график функции $f(x)$ пересекаются ровно в одной точке, $k > 0$.

- (а) Найдите значение k .

Дана функция $g(x) = f(x) + 1$.

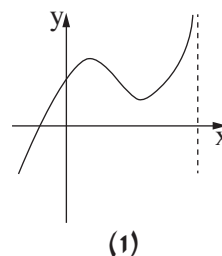
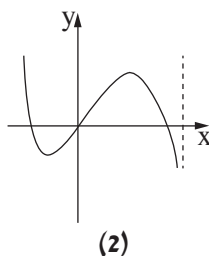
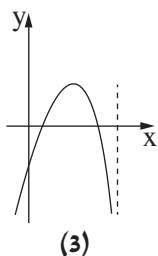
- (т) (1) Найдите уравнения асимптот функции $g(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (2) Сколько общих точек имеют прямая $y = k$ и график функции $g(x)$ для найденного вами значения k ? Обоснуйте свой ответ.

7. Функция $f(x)$ определена в области $x \leq 1.5$,

а производная $f'(x)$ определена в области $x < 1.5$.

У функции $f(x)$ есть ровно две внутренние точки экстремума.

Ниже приведены три графика (1)–(3). Один из них соответствует производной $f'(x)$.



- (к) Определите, какой из графиков (1)–(3) соответствует производной $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.

Дано: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

- (а) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (а) (1) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (т) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (н) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$ и осью x .

8. На чертеже справа приведен график функции $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$ в области $x > 4$.

Точка O – начало координат.

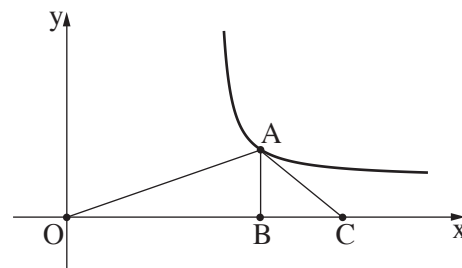
Точка A лежит на графике функции $f(x)$ в области $x > 4$.

Из точки A опустили перпендикуляр на ось x ,
 пересекающий ее в точке B .

Точка C лежит на оси x справа от точки B .

Дано: $OB = 2 \cdot BC$.

Обозначим через t координату x точки A .



(*) (1) Выразите при помощи t длину отрезка OC .

(2) Выразите при помощи t площадь треугольника AOC .

(*) Найдите значение t , для которого площадь треугольника AOC будет минимальной.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך